التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، المستوى (P) المار من النقطة $A(0,1,1)$ و $\vec{u}(1,0,-1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0,1,-1)$ و شعاعها $\sqrt{2}$

0.5 (1) أ- بين أن $x-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)

0.75 ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1,1,0)$ هي نقطة التماس.

0.25 (2) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P)

0.75 ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C(1,1,0)$

0.75 (3) بين أن $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB

التمرين الثاني : (3 ن)

0	2	2	2
0	1	2	4

يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1.5 (1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 ".

و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 ".

بين أن $p(A)=\frac{5}{14}$ و أن $p(B)=\frac{1}{7}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

0.5 أ- بين أن $p(X=16)=\frac{3}{28}$

1 ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X

أتمم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك.

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$	$\frac{3}{56}$	ﻫ	$\frac{ع}{7}$	$\frac{3}{28}$

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

0.25 (1) أ- تحقق من أن $b=(1+i)a$

0.5 ب- استنتج أن $|b|=2\sqrt{2}$ و أن $\arg b\equiv\frac{5\pi}{12}\ [2\pi]$

0.5 ج- استنتج مما سبق أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

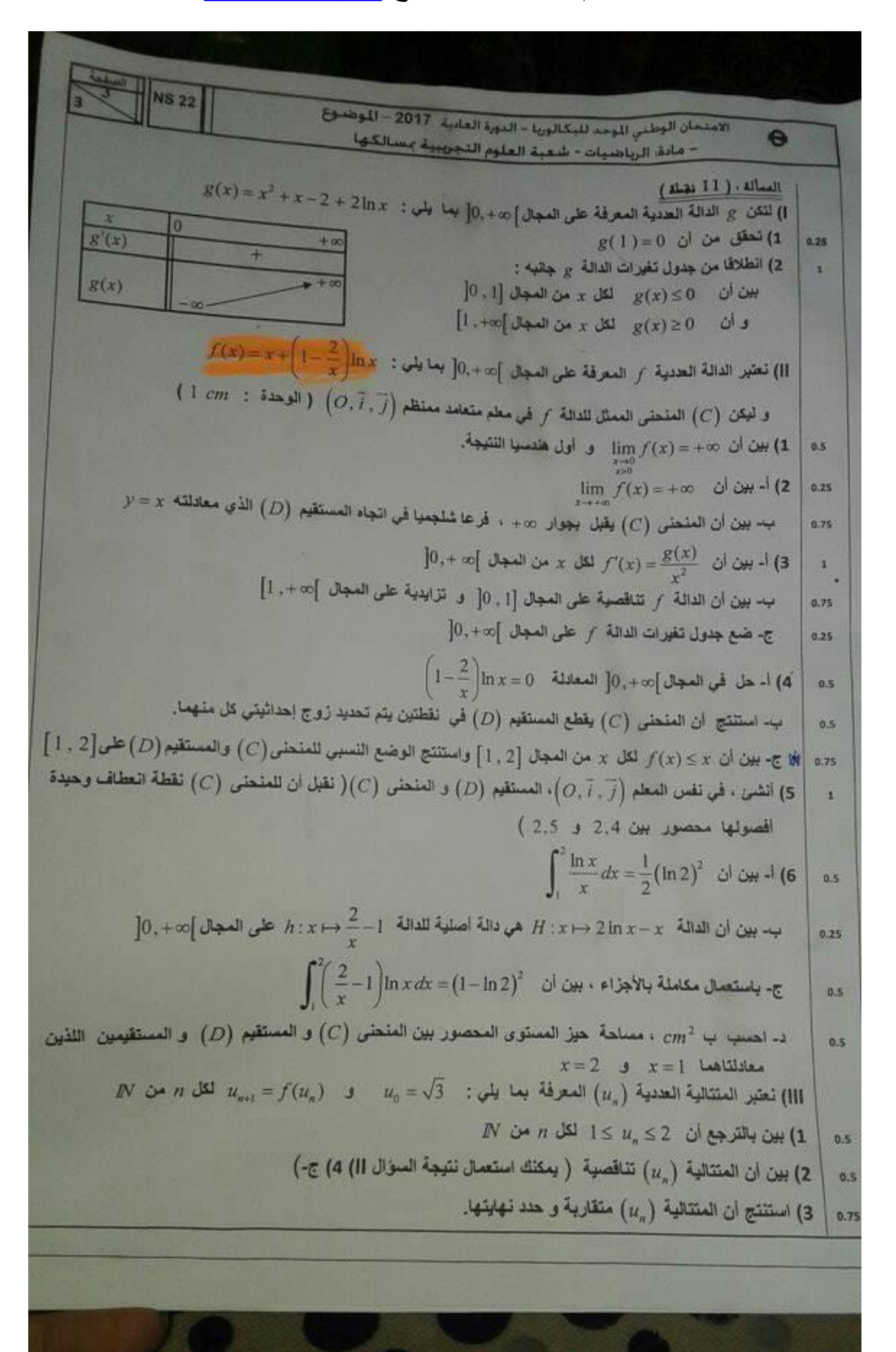
(2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

0.75 أ- تحقق من أن $c=ia$ و استنتج أن $OA=OC$ و أن $(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$

0.5 ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع .



المسألة : (11 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

0.25 — **1)** تحقق من أن $g(1)=0$

1 — **2)** انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه :

بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من المجال $]0,1]$

و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\ cm$)

0.5 — **1)** بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة.

0.25 — **2)** أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 — ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$

1 — **3)** أ- بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

0.75 — ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على المجال $[1,+\infty[$

0.25 — ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

0.5 — **4)** أ- حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x=0$

0.5 — ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما.

0.75 — ج- بين أن $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[1,2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $[1,2]$

1 — **5)** أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين $2,4$ و $2,5$)

0.5 — **6)** أ- بين أن $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.25 — ب- بين أن الدالة $H:x\mapsto 2\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \frac{2}{x}-1$ على المجال $]0,+\infty[$

0.5 — ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$

0.5 — د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{3}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$

0.5 — **1)** بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $I\!N$

0.5 — **2)** بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II) 4) ج-)

0.75 — **3)** استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.